

奧海盃數學競賽

《模擬試題》

中學三年級

總分：

姓名：(中)_____ (英)_____ 電話：_____

住址：_____ 就讀學校：_____

本試卷共有 24 題，全部均須作答。選擇題每題 5 分，計算題每題 3 分，简答题每題 8 分，挑戰題每題 10 分，全卷滿分 120 分。答案須寫在本卷題目的空欄內。考試時間 90 分鐘。

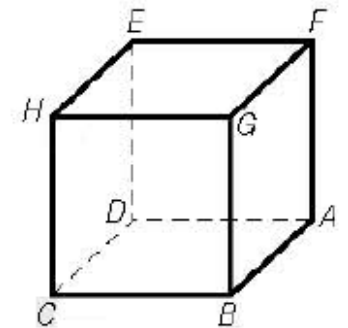
甲、 選擇題：以下每題的四個選項中僅有一個是正確的，請將表示正確答案選項的英文字母填寫在以下表格內(每題 5 分，共 40 分)

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	得分
答案	C	C	C	C	B	A	D	D	

1. 若一個正方形的邊長增加了 20%，那麼該正方形的面積增加了多少？

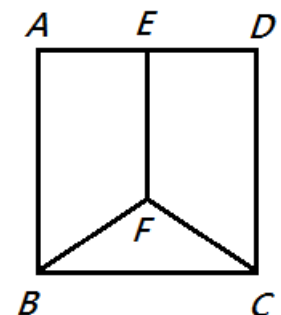
- A) 20% B) 40% C) 44% D) 144%

2. 圖中所示為正方體 $ABCDEFGH$ ，若以 AH 為旋轉對稱軸，該立體具有多少重旋轉對稱的性質。



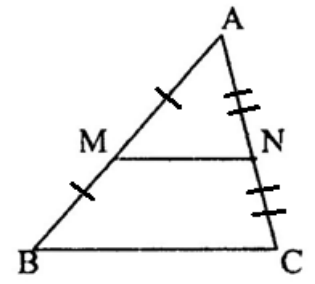
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4

3. 圖中 $ABCD$ 為一邊長 12cm 的正方形，若 $BF = FC = EF$ ，求 BF 的長度。



- A) 6.25 B) 7 C) 7.5 D) 8.75

4. 圖中 $AM = MB$ 和 $AN = NC$ ，下列何者不是正確的？



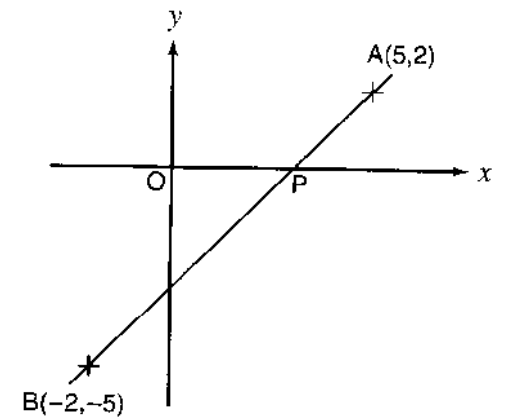
A) $MN \parallel BC$

B) $BC = 2MN$

C) ΔAMN 的面積是 ΔABC 的一半

D) ΔAMN 的面積是四邊形 $MNCB$ 的 $\frac{1}{3}$

5. 在圖中， P 在 x 軸上，求 $AP:PB$ 。



A) 1:2

B) 2:5

C) 4:7

D) 5:8

6. 袋裏有 24 個白球和數個黑球。若隨機在袋裏抽出一個球，抽出的球是黑色的概率是 $\frac{3}{7}$ 。現在袋裏增加 n 個黑球使抽出黑球的概率是 0.5，求 n 的值。

A) 6

B) 9

C) 12

D) 18

7. 求 2013^{2013} 除以 19 時的餘數。

A) 0

B) 1

C) 13

D) 18

8. 若 $A = 1^{2013} + 2^{2012} + 3^{2011} + \dots + 2012^2 + 2013$ ，求 A 的個位數字。

A) 0

B) 1

C) 4

D) 5

乙、 計算題：(每題 3 分，共 30 分)

(所有答案均以最簡分數、小數或根式表示，且不接受近似值)

9. 已知 $\sin^{-1}(\cos\theta) = 15^\circ$ ， $\theta =$ 75°。

10. 化簡 $\left(\frac{x}{y^2}\right)^2 \times \left(\frac{x^3}{y}\right)^3 \times (x^2y^3)^0$ ，答案以正指數表示。答： $\frac{x^{11}}{y^7}$ 。

11. 因式分解 $x^2 - 6x - 7 =$ $(x+1)(x-7)$ 。

12. 一個半徑為 6cm 的半球體體積是 144 π cm^3 。

13. 把一顆骰子擲兩次，所得結果之積是單數的機率是： $\frac{1}{4}$ 。

14. 把 360000 元投資入基金，年利率為 5%，每年派息。3 年後，以複利息計算所獲的利息是：
56745 元。

15. 解出 $20 - \frac{x}{17} < 2017$ 。答： $x > -33949$ 。

16. 把 $2017_{(10)}$ 換成二進制： 11111100001 ₍₂₎。

17. 展開 $(x+1)^3 - (x-1)^3 =$ $6x^2 + 2$ 。

18. 已知 $|x| = \begin{cases} x & \text{當 } x \geq 0 \\ -x & \text{當 } x < 0 \end{cases}$ ，解出 $|1-x| < 2$ 。答： $-1 < x < 1$ 或 $1 < x < 3$

乙部得分：

丙、 简答题：(每題 8 分，共 5 題)

19. 試由小至大排列： 3^{-2013} 、 9^{-670} 、 27^{-504} 和 81^{-250} 。

3^{-2013} < 27^{-504} < 9^{-670} < 81^{-250}

20. 已知 n 是任意一個實數。化簡 $\frac{4^{n+2} + 64 \cdot 4^n}{2 \cdot 4^{n-1}}$ 後，得出的答案是 160。

21. 若 $x + \frac{1}{x} = 13$ ， $x^3 + \frac{1}{x^3} =$ 2158。

22. 圖中是一個半球體，已知該半球體的總表面面積是 $48\pi\text{cm}^2$ ，該半球體的體



積是 $\frac{128}{3}\pi$ cm^3 。(答案以 π 表示。)

23. 對於正整數 n ，設 $F(n)$ 由左至右的數位值為 n 在二進制表示中由左至右的數位值中，首先連續出現 1 的次數，然後連續出現 0 的次數，再連續出現 1 的次數，如此類推。以下是 $F(n)$ 的一些例子。

$$F(13) = F(1101_{(2)}) = 211$$

$$F(19) = F(10011_{(2)}) = 122$$

$$F(43) = F(101011_{(2)}) = 11112$$

若 $F(n) = 213$ ， n 在十進制時的表示 = 55。

丙部得分：

丁、挑戰題：(每題 10 分，共 1 題)

24. 菲菲精品店裏，正在進行以下優惠

購買金額達到(\$)	可享折扣
100	九五折
200	九折
300	八五折
400	八折
500 或以上	七折

小悅打算購買的金額為 96 元，但是她發現原來金額達 100 元有九五折後，價錢還比現在的便宜。因此，她稱 96 為「不建議購買金額」。類似地，如果小悅購買 n 元時，如果花費多幾元後最後折實的價格會比原來更便宜的話，則 n 被稱為「不建議購買金額」。

那麼共有 112 個正整數是「不建議購買金額」。

~卷完~

丁部得分：