

# 奧海盃數學競賽

## 《模擬試題》

### 中學三年級

總分：

姓名：(中)\_\_\_\_\_ (英)\_\_\_\_\_ 電話：\_\_\_\_\_

住址：\_\_\_\_\_ 就讀學校：\_\_\_\_\_

本試卷共有 24 題，全部均須作答。選擇題每題 5 分，計算題每題 3 分，简答题每題 8 分，挑戰題每題 10 分，全卷滿分 120 分。答案須寫在本卷題目的空欄內。考試時間 90 分鐘。

甲、**選擇題**：以下每題的四個選項中僅有一個是正確的，請將表示正確答案選項的英文字母填寫在以下表格內(每題 5 分，共 40 分)

題號	1	2	3	4	5	6	7	8	得分
答案									

1. 若一個正方形的邊長增加了 20%，那麼該正方形的面積增加了多少？

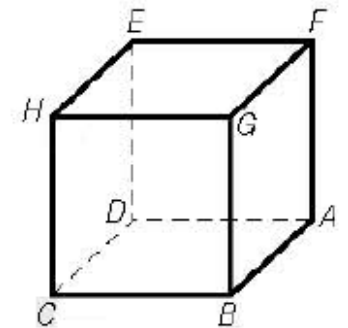
A) 20%

B) 40%

C) 44%

D) 144%

2. 圖中所示為正方體  $ABCDEFGH$ ，若以  $AH$  為旋轉對稱軸，該立體具有多少重旋轉對稱的性質。



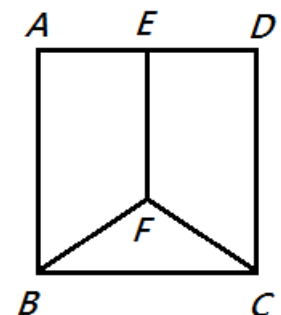
A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

3. 圖中  $ABCD$  為一邊長 12cm 的正方形，若  $BF = FC = EF$ ，求  $BF$  的長度。



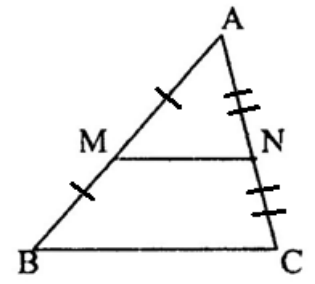
A) 6.25

B) 7

C) 7.5

D) 8.75

4. 圖中  $AM = MB$  和  $AN = NC$ ，下列何者不是正確的？



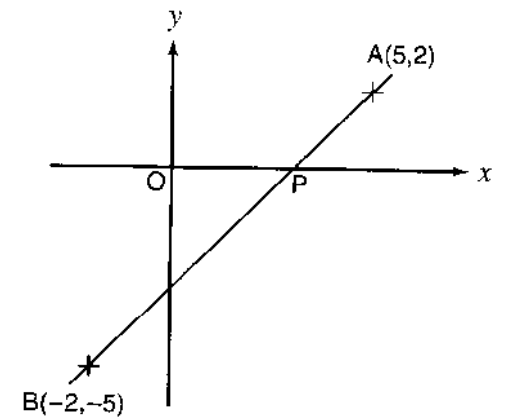
A)  $MN \parallel BC$

B)  $BC = 2MN$

C)  $\Delta AMN$  的面積是  $\Delta ABC$  的一半

D)  $\Delta AMN$  的面積是四邊形  $MNCB$  的  $\frac{1}{3}$

5. 在圖中， $P$  在  $x$  軸上，求  $AP:PB$ 。



A) 1:2

B) 2:5

C) 4:7

D) 5:8

6. 袋裏有 24 個白球和數個黑球。若隨機在袋裏抽出一個球，抽出的球是黑色的概率是  $\frac{3}{7}$ 。現在袋裏增加  $n$  個黑球使抽出黑球的概率是 0.5，求  $n$  的值。

A) 6

B) 9

C) 12

D) 18

7. 求  $2013^{2013}$  除以 19 時的餘數。

A) 0

B) 1

C) 13

D) 18

8. 若  $A = 1^{2013} + 2^{2012} + 3^{2011} + \dots + 2012^2 + 2013$ ，求  $A$  的個位數字。

A) 0

B) 1

C) 4

D) 5

乙、 計算題：(每題 3 分，共 30 分)

(所有答案均以最簡分數、小數或根式表示，且不接受近似值)

9. 已知  $\sin^{-1}(\cos\theta) = 15^\circ$ ， $\theta =$ \_\_\_\_\_。

10. 化簡  $\left(\frac{x}{y^2}\right)^2 \times \left(\frac{x^3}{y}\right)^3 \times (x^2y^3)^0$ ，答案以正指數表示。答：\_\_\_\_\_。

11. 因式分解  $x^2 - 6x - 7 =$ \_\_\_\_\_。

12. 一個半徑為 6cm 的半球體體積是\_\_\_\_\_  $\pi \text{ cm}^3$ 。

13. 把一顆骰子擲兩次，所得結果之積是單數的機率是：\_\_\_\_\_。

14. 把 360000 元投資入基金，年利率為 5%，每年派息。3 年後，以複利息計算所獲的利息是：\_\_\_\_\_元。

15. 解出  $20 - \frac{x}{17} < 2017$ 。答：\_\_\_\_\_。

16. 把  $2017_{(10)}$  換成二進制：\_\_\_\_\_ $_{(2)}$ 。

17. 展開  $(x + 1)^3 - (x - 1)^3 =$ \_\_\_\_\_。

18. 已知  $|x| = \begin{cases} x & \text{當 } x \geq 0 \\ -x & \text{當 } x < 0 \end{cases}$ ，解出  $|1 - x| < 2$ 。答：\_\_\_\_\_。

乙部得分：

丙、 简答题：(每題 8 分，共 5 題)

19. 試由小至大排列： $3^{-2013}$ 、 $9^{-670}$ 、 $27^{-504}$ 和 $81^{-250}$ 。

\_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_ < \_\_\_\_\_

20. 已知  $n$  是任意一個實數。化簡  $\frac{4^{n+2} + 64 \cdot 4^n}{2 \cdot 4^{n-1}}$  後，得出的答案是\_\_\_\_\_。

21. 若  $x + \frac{1}{x} = 13$ ， $x^3 + \frac{1}{x^3} =$  \_\_\_\_\_。

22. 圖中是一個半球體，已知該半球體的總表面面積是  $48\pi\text{cm}^2$ ，該半球體的體



積是 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^3$ 。(答案以  $\pi$  表示。)

23. 對於正整數  $n$ ，設  $F(n)$  由左至右的數位值為  $n$  在二進制表示中由左至右的數位值中，首先連續出現 1 的次數，然後連續出現 0 的次數，再連續出現 1 的次數，如此類推。以下是  $F(n)$  的一些例子。

$$F(13) = F(1101_{(2)}) = 211$$

$$F(19) = F(10011_{(2)}) = 122$$

$$F(43) = F(101011_{(2)}) = 11112$$

若  $F(n) = 213$ ， $n$  在十進制時的表示 = \_\_\_\_\_。

丙部得分：

丁、挑戰題：(每題 10 分，共 1 題)

24. 菲菲精品店裏，正在進行以下優惠

購買金額達到(\$)	可享折扣
100	九五折
200	九折
300	八五折
400	八折
500 或以上	七折

小悅打算購買的金額為 96 元，但是她發現原來金額達 100 元有九五折後，價錢還比現在的便宜。因此，她稱 96 為「不建議購買金額」。類似地，如果小悅購買  $n$  元時，如果花費多幾元後最後折實的價格會比原來更便宜的話，則  $n$  被稱為「不建議購買金額」。

那麼共有 \_\_\_\_\_ 個正整數是「不建議購買金額」。

~卷完~

丁部得分：